**Лабораторная работа №3. Метод ветвей и границ. Задача коммивояжера и методы её решения.**

**ЦЕЛЬ РАБОТЫ:** освоить общие принципы решения задач методом ветвей и границ, решить задачу о коммивояжере данным методом, сравнить полученное решение задачи с комбинаторным методом перестановок.

**Задание 1**

**Условие:** сформулировать условие задачи коммивояжера с параметром. Для этого:

* принять элементы матрицы расстояний равными:

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Город** | **1** | **2** | **3** | **4** | **5** |
| **1** |  | 2 \* n | 21 + n |  | n |
| **2** | n |  | 15 + n | 68 - n | 84 - n |
| **3** | 2 + n | 3 \* n |  | 86 | 49 + n |
| **4** | 17 + n | 58 - n | 4 \* n |  | 3 \* n |
| **5** | 93 - n | 66 + n | 52 | 13 + n |  |

где *n* – номер варианта или номер по журналу;

Для выполнения лабораторной работы была составлена матрица расстояний в соответствии и номером варианта 5:

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Город** | **1** | **2** | **3** | **4** | **5** |
| **1** |  | 12 | 27 |  | 6 |
| **2** | 6 |  | 21 | 62 | 78 |
| **3** | 8 | 18 |  | 86 | 55 |
| **4** | 23 | 52 | 24 |  | 18 |
| **5** | 87 | 72 | 52 | 19 |  |

**Задание 2.**

**Условие:** решить сформулированную задачу методом ветвей и границ.

**Решение**

Приведённая по строкам матрица:

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Город** | **1** | **2** | **3** | **4** | **5** |  |
| **1** |  | 6 | 21 |  | 0 | 6 |
| **2** | 0 |  | 15 | 56 | 72 | 6 |
| **3** | 0 | 10 |  | 78 | 47 | 8 |
| **4** | 5 | 34 | 6 |  | 0 | 18 |
| **5** | 68 | 53 | 33 | 0 |  | 19 |

α =6+6+8+18+19=57

Полностью приведённая матрица:

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Город** | **1** | **2** | **3** | **4** | **5** |  |
| **1** |  | 0 | 15 |  | 0 | 6 |
| **2** | 0 |  | 9 | 56 | 72 | 6 |
| **3** | 0 | 4 |  | 78 | 47 | 8 |
| **4** | 5 | 28 | 0 |  | 0 | 18 |
| **5** | 68 | 47 | 27 | 0 |  | 19 |
|  | 0 | 6 | 6 | 0 | 0 | 12 |

β = 6+6=12

Нижняя граница длины кольцевого маршрута:

φ = 57+12=69

Сумма констант приведения матрицы при замене значения 0 на INF (бесконечность) в соответствующих ячейках таблицы:

01,2 = 4; 02,1 = 9; 03,1 = 4; 04,3 = 9; 05,4 = 83;

01,5 = 0;

Выбираем максимальное значение и получаем путь из города 5 в 4 и соответственно получим граф:

143

69

В случае если мы идём по маршруту (5, 4) то расстояние будет равно нижней границе кольцевого маршрута, то есть 69, а если не пойдём, то расстояние будет равно 69 + 83= 143.

Так как меньшее расстояние 69, то мы идём из города 5 в город 4. Следовательно, для дальнейших вычислений вычёркиваем 5 строку и 4 столбец из матрицы и делаем обратный путь (4, 5) равным INF:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **Город** | **1** | **2** | **3** | **5** |
| **1** |  | 0 | 15 | 0 |
| **2** | 0 |  | 9 | 72 |
| **3** | 0 | 4 |  | 47 |
| **4** | 5 | 28 | 0 |  |

01,2 = 4; 02,1 = 9; 03,1 = 4; 04,3 = 14;

01,5 = 47;

Выбираем максимальное значение и получаем путь из города 1 в 5 и соответственно получим граф:

116

69

В случае если мы идём по маршруту (1, 5) то расстояние будет равно нижней границе кольцевого маршрута, то есть 69, а если не пойдём, то расстояние будет равно 69+ 47 = 116.

Так как меньшее расстояние 69, то мы идём из города 1 в город 5. Следовательно, для дальнейших вычислений вычёркиваем 1 строку и 5 столбец из матрицы:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Город** | **1** | **2** | **3** |
| **2** | 0 |  | 9 |
| **3** | 0 | 4 |  |
| **4** | 5 | 28 | 0 |

Данная матрица не является полностью приведённой, поэтому её надо привести по столбцам и соответственно она примет вид:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Город** | **1** | **2** | **3** |
| **2** | 0 |  | 9 |
| **3** | 0 | 0 |  |
| **4** | 5 | 24 | 0 |

Данная матрица не является полностью приведённой, поэтому её надо привести по

β = 0 + 4 + 0 = 4;

Следовательно, изменится нижняя граница кольцевого маршрута и соответственно:

φ =69+4=73

02,1 = 9; 03,1 = 0; 04,3 = 14;

Выбираем максимальное значение и получаем путь из города 4 в 3 и соответственно получим граф:

73

87

В случае если мы идём по маршруту (4, 4) то расстояние будет равно нижней границе кольцевого маршрута, то есть 73, а если не пойдём, то расстояние будет равно 73 + 17 = 87.

Так как меньшее расстояние 73, то мы идём из города 4 в город 3. Следовательно, для дальнейших вычислений вычёркиваем 4 строку и 3 столбец из матрицы:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Город** | **1** | **2** |
| **2** | 0 |  |
| **3** | 0 | 0 |

После анализа данной матрицы к нашему графу добавятся пути (3, 2) и (2, 1). Соответственно минимальная длина маршрута будет равно 43, и граф будет иметь следующий вид:

69

73

69

143

87

116

R3,2

R2,1

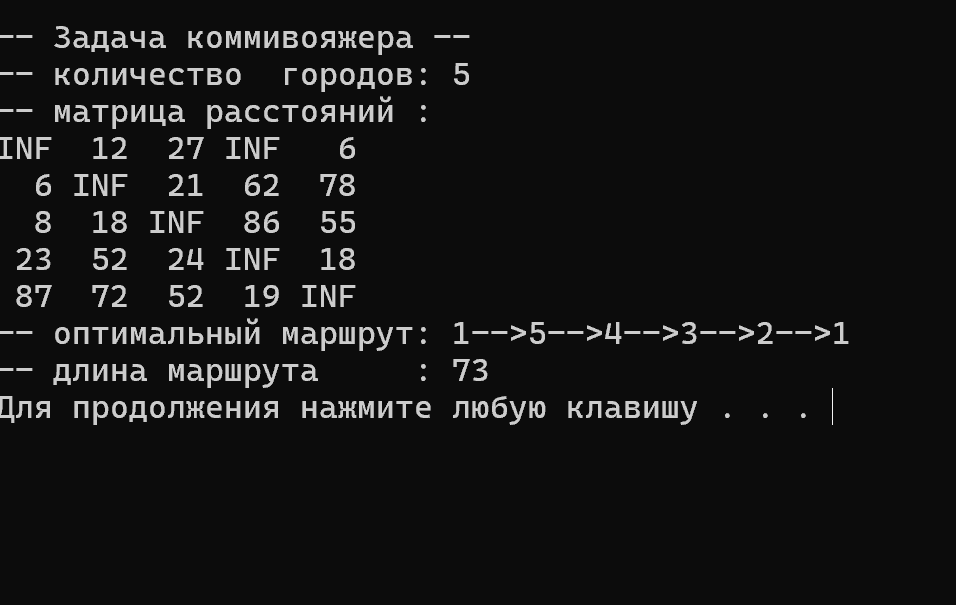
Расставим переходы между городами в правильной последовательности и соответственно получим (1, 5), (5, 4), (4, 3), (3, 2), (2, 1).

Длина маршрута 63.

**Задание 3**

**Условие:** проверить полученное решение при помощи генератора перестановок (см. лаб. 2, задание 5.1.) и включить копию экрана с решением в отчет.

Проверка правильности решения методом ветвей и границ сравнением с решением, полученным методом полного перебора:



**Вывод**: Мы освоили общие принципы решения задач методом ветвей и границ, решили задачу о коммивояжере данным методом, сравнили полученное решение задачи с решением, полученным методом полного перебора.